

I. Vypočtěte zadané limity dosazením, případně určete hodnotu na základě grafu.

1) $\lim_{x \rightarrow x_0} (x^2 + 2x - 3)$ pro $x_0 = 0; 1; -2; \infty$ $[-3; 0; -3; \infty]$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{x+2}$ pro $x_0 = -1; 0; -2^+; -2^-$ $\left[1; \frac{1}{2}; \infty; -\infty\right]$

3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{x-3}$ pro $x_0 = 1; \infty; 3^+; -\infty$ $\left[-\frac{1}{2}; 0; +\infty; 0\right]$

4) $\lim_{x \rightarrow x_0} (\ln x + 1)$ pro $x_0 = 1; \infty; 0^+; -\infty$ $[1; \infty; -\infty; \text{nemá smysl}]$

5) $\lim_{x \rightarrow x_0} (e^x - 1)$ pro $x_0 = 0; \infty; 1; -\infty$ $[0; \infty; e-1; -1]$

6) $\lim_{x \rightarrow x_0} \operatorname{tg} x$ pro $x_0 = 0; \frac{\pi}{2}^-; \frac{\pi}{2}^+; -\frac{\pi}{2}$ $[0; +\infty; -\infty; \text{neexistuje}]$

7) $\lim_{x \rightarrow x_0} \operatorname{arctg} x$ pro $x_0 = 0; 1; -\infty; \infty$ $\left[0; \frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

8) $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{x+1}$ pro $x_0 = 0; -1^+; \infty; -\infty$ $[1; 0; \infty; \text{nemá smysl}]$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2} = \infty$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-\sqrt{x}} = 0$

11) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\sqrt{-x}} = \infty$

12) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln x \cdot \log_2 x) = \infty$

13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\operatorname{arctg} x} = \infty$

14) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x$ neexistuje

II. Limity výrazů typu $\left| \frac{k}{0} \right|$:

1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-1}{9-x^2}$ neexistuje

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(x-1)^2} = \infty$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{1-x}$ neexistuje

4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x-1}{\ln x}$ neexistuje

5) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{\ln(x-1)} = \infty$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{\sin^2 x} = -\infty$

7) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x-1}{\sin(x-1)} = \infty$

8) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1+2x}{\left(\frac{x}{2}+1\right)^2} = -\infty$

9) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x^3}{1+x^3}$ neexistuje

10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{-x}}{\arctg^4 x} = \infty$

11) $\lim_{x \rightarrow 0,5} \frac{x^2-1}{1-2x}$ neexistuje

12) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(2x - \frac{3x}{x^2-4} \right) = -\infty$

13) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2-3x}{\ln x} + x \right)$ neexistuje

14) $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{(x+3)^2} + 1 \right) = \infty$

III. Limity výrazů typu $\left| \frac{0}{0} \right|$, které lze vypočítat po úpravě funkce (krácením nebo rozšířením funkce a následným krácením) :

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} = 4$

6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{x-1} = -3$

2) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+5x+6}{x+3} = -1$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-x}{x^2+3x} = -\frac{1}{3}$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2(x^2-1)}{x^2+2x-3} = \frac{1}{2}$

8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{1}{2}$

$$4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3} = \frac{3}{2}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x} = -\frac{1}{2}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + x - 20} = \frac{2}{9}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6} - 2}{x+2} = \frac{1}{4}$$

IV. Limity polynomů a funkcí racionálních lomených v nevlastních bodech :

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^4 - 2x^3 + 5x - 3) = \infty$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x - 1}{x^3 - x - 1} = 0$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - 3x + 3x^2 + 5x^3) = -\infty$$

$$12) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - x^2 + 3}{2x^4 - x + 1} = 0$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} (2x - 4x^2 - 6x^3) = -\infty$$

$$13) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 5}{x^3 + x + 2} = 0$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x^2 + 10x + 11) = -\infty$$

$$14) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x}{3x^4 - x^2 - 1} = 0$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -\infty} (7 + x - 2x^2 - 4x^3) = \infty$$

$$15) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{x^3 + 2x^2 + 8} = 0$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 4}{2x^2 + x - 1} = \frac{1}{2}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x + 4}{x^2 - x + 1} = \infty$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - x + 2}{x^4 + x^2 + 1} = 3$$

$$17) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + x^3 + 12}{x^2 + 2x + 1} = \infty$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x + 1}{2x^3 + x^2 - x} = \frac{3}{2}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - x - 1}{x^3 - x - 1} = -\infty$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^3 + x^2 - 2x + 4}{3x^3 + x + 5} = 5$$

$$19) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 5}{x + 28} = \infty$$

$$10) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + x + 3}{8x^2 - x - 1} = \frac{1}{4}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 7}{3x^2 + x - 2} = \infty$$